Prof. CORRADO SEGRE

GIUSEPPE BRUNO

Estratto dall' ANNUARIO DELLA R. UNIVERSITÀ DI TORINO
Anno 1893-94

TORINO
STAMPERIA REALE DELLA DITTA G. B. PARAVIA E C.
(Figli di I. Vigliardi-Paravia)
1893

GIUSEPPE BRUNO

Un esempio mirabile di operosità indefessa, di amore entusiastico per gli studi e della più alta scrupolosità nell'adempimento dei proprî doveri: tale fu la vita del Professor GIUSEPPE BRUNO. Essa insegna come tali virtù possano condurre un uomo dalle più umili origini alle posizioni più elevate e rispettate (1).

Nacque a Mondovì il 21 giugno 1828 da Giovanni Bruno e Margherita Salomone, modesti artieri di quella città; ed in Ceva, ove essi si trasferirono poco dopo, egli intraprese i primi studi e compì il corso di rettorica, entrando poi nel novembre del 1841 nel Seminario vescovile di Mondovì per seguirvi il corso di filosofia. Fin dai primi suoi passi egli dovette far tutto da sè, spingendosi avanti negli studi, rapidamente, per giungere presto alla meta: chè la famiglia per la ristrettezza delle sue condizioni di fortuna, non poteva aiutarlo in alcun modo. Ma ben lo aiutavano il non comune ingegno e la grande diligenza e l'esattezza scrupolosa che fin d'allora egli poneva nell'adempimento di tutti i suoi

(1) Per varie notizie fornitemi gentilmente, debbo tributare speciali ringraziamenti al chiar. Prof. Federico Sacco, che, come parente del Prof. BRUNO, mi fu utilissimo collaboratore.

doveri. Ben presto egli mostrò un'attitudine speciale ed una vera passione per le matematiche, sì da destar meraviglia non solo nei compagni ma anche nei superiori per la grande facilità e speditezza con cui eseguiva i calcoli più lunghi ed intricati. Venuto a Torino nell'estate del 1843, vi superò felicemente il concorso ad un posto gratuito nel R. Collegio Carlo Alberto per gli studi universitarî, ai quali fu poi ammesso a pieni voti nel novembre. Egli li percorse brillantente, accorciandone anzi la durata col fare nell'estate del 1845 il 3° corso, sicchè il 2 luglio 1846 potè essere approvato, e con tutti i punti, *professore di filosofia positiva*.

L'anno 1846-47 rimase nel R. Collegio suddetto come « ripetitore interno », e pel successivo fu nominato professore di filosofia positiva nel collegio di Ceva. Nell'autunno del 1848 ritornato a Torino vi prese stabile dimora, chiamando a sè una sorella nubile, Margherita. Si diede allora con molta energia all'insegnamento, non solo pubblico, ma anche privato. Al grande lavoro didattico che egli così fece va probabilmente dovuta la relativa scarsità delle sue pubblicazioni, le quali anzi non cominciarono che un decennio dopo. Ma quel lavoro era forse necessario, date le condizioni di lui; e infatti, grazie ad esso, e particolarmente alle numerose lezioni private, egli riuscì ad accumulare a poco a poco per sè e per la famiglia, che poi si formò, una fortuna abbastanza cospicua. — Nel marzo del 1863 egli sposava la signorina Angela De Giovannini, che morì alcuni anni dopo lasciandogli due figlie, le signorine Teresa e Margherita. E nel marzo del 1877 si unì in seconde nozze colla signorina Metilde Quaglia e ne ebbe una figlia, Clemenza.

Intanto, mentre insegnava matematiche elementari, sia privatamente, sia nel Collegio Nazionale di Torino dal 1850 al 1861, e poi nell'Istituto Tecnico dall'autunno del 1860

al 1891, egli saliva successivamente (secondo allora usava) i vari gradini dell'insegnamento nell'Università. Conseguito col solo pubblico esame ed a pieni voti il grado d'ingegnere idraulico il 21 novembre 1850, veniva di conseguenza ammesso nel marzo successivo agli esami pel concorso all'aggregazione in matematica (1), e la otteneva poi, in seguito ad esame pubblico, il 29 luglio 1851. Un anno dopo con decreto reale veniva nominato professore sostituto di Matematiche all'Università (2), e d'allora in poi tenne successivamente varie supplenze annuali a cattedre vacanti, e cioè, fino al 1858, di Algebra e Geometria analitica, di Algebra e Geometria complementare; poi negli anni 1860-61 e 1861-62 di Calcolo differenziale e integrale (in sostituzione del Plana). Il 16 novembre 1862 un decreto ministeriale gli conferì l'incarico dell'insegnamento della Geometria descrittiva, e un anno dopo fu nominato Professore straordinario nella stessa materia: ufficio che gli fu poi sempre annualmente confermato. Però col principiare del 1875-76 la sua nomina si mutò in quella di Professore di Geometria proiettiva e descrittiva con disegno: al che egli oppose vive difficoltà non sentendosi le forze di aggiungere agli altri suoi insegnamenti quello che allora s'istituiva della Geometria proiettiva, e solo acconsentì quando dal Ministero gli fu concesso di farsi supplire nel nuovo insegnamento da uno dei suoi assistenti (3). — Nella posizione di straordinario,

(1) La Commissione esaminatrice era presieduta dal Preside Professor Pollone e composta dei Prof. Plana, Botto, Giulio e Menabrea, e dei Dott.i Coll.i Brunati ed Erba. Il tema estratto a sorte per la dissertazione scritta fu: *Il calcolo delle variazioni;* quello, pure estratto a sorte, per la lezione: *Il teorema di Fourier.*

(2) E poi, dal novembre 1853, « consigliere della Classe di matematiche. »

(3) E del modo di svolgere questo insegnamento lasciò poi completa libertà al supplente; il quale fu, fino al 1885, il Prof. Donato Levi; poi fino all'88 lo scrivente; e dopo l'Ing. Giovanni Gribodo.

a quei tempi più modesta che non sia oggidì, egli rimase così per ben quindici anni! (1). Finalmente essendosi nell'agosto del 1877 presentata alla Facoltà la domanda di promozione ad ordinario del Prof. Dorna, il quale dichiarava di parlare anche nell'interesse del collega, più anziano di lui, Prof. Bruno, la Facoltà propose al Ministero la promozione d'entrambi. Ma il Bruno mostrò qualche ritegno ad aderire all'invito di presentare i suoi titoli per essere sottoposti alla Commissione che li doveva giudicare, perchè, diceva, non era lui che aveva chiesto la promozione; onde la Facoltà nel dicembre successivo deliberò di presentare *essa stessa* al Ministero i titoli del Prof. Bruno! E questi infine potè, a partire dal 1° giugno 1878, essere ordinario. — La fiducia dei colleghi lo chiamava poco dopo a presiedere la Facoltà (R. Decr. 14 gennaio 1881) e lo faceva confermare nell'ufficio per successive elezioni fino all'ultimo.

Come già dicemmo, il Bruno, assorbito quasi sempre dall'insegnamento, non potè dedicare molto tempo alle ricerche scientifiche (alle quali pure lo condussero talvolta appunto gli studi preparatori delle lezioni).

Due soli fra i suoi lavori sono di Analisi: cioè il primo e l'ultimo da lui pubblicati (2). Il 1° costituisce la sua più

(1) V'influì in parte la inferiorità in cui la Cattedra di Geometria descrittiva era tenuta allora rispetto ad altre; per cui la Facoltà di scienze esitava a dedicare ad essa uno dei posti d'ordinario. Perciò il Professor Bruno nel 1870 chiese al Ministero di esser nominato ordinario in Algebra e Geometria Analitica; e la Facoltà il 16 gennaio 1871 lo appoggiava unanime (in seguito ad una relazione pienamente favorevole firmata da Erba, Chiò e Genocchi relatore). Ma il Consiglio Superiore di Pubblica Istruzione avendo dato parere contrario alla nomina senza concorso, fu bandito il concorso per la detta cattedra, ed il Bruno non riuscì vincitore.

(2) V. l'elenco cronologico, alla fine di questo scritto.

ampia publicazione e tratta anzitutto di alcuni casi in cui l'equazione differenziale lineare

$$\frac{d^m y}{dx^m} + A_1 \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \ldots + A_m y = 0$$

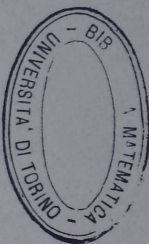
s'integra completamente, ad esempio del caso in cui le m radici dell'equazione caratteristica han la forma $\frac{kx + \alpha_i}{a + bx}$ $(i = 1, \ldots, m)$, di quello in cui l'integrale completo ha la forma $y = \frac{\Sigma C_i e^{k_i x}}{F(x)}$, oppure $y = \frac{\Sigma C_i (a + bx)^{k_i}}{F(x)}$; e poi di casi analoghi per l'equazione lineare alle derivate parziali a due variabili indipendenti d'ordine qualunque, priva di 2° membro (1). — L'altro lavoro analitico (n. 21) si riferisce alle frazioni continue e completa un punto della teoria di Lagrange relativo all'approssimarsi delle *frazioni intermediarie* (inserite da Lagrange tra le frazioni principali o ridotte) alla frazione continua più di altre frazioni di maggior semplicità.

Tutti gli altri scritti riguardano argomenti geometrici, e precisamente le coniche, le quadriche, le rigate superiori e gli elicoidi, ecc. (2).

Alla teoria delle coniche son dedicati i lavori 9, 10, 11, 13, 18 nei quali segnalerò le proposizioni seguenti. Un rettangolo avente due lati opposti tangenti ad una conica e due vertici opposti nei loro punti di contatto è equivalente al rettangolo che ha due vertici opposti nei fuochi ed ha i lati paralleli a quelli del primo rettangolo; corollari diversi (n. 9).

---

(1) Nella relazione alla Facoltà, citata poc'anzi, il Genocchi lodava questa Memoria, specialmente per la parte relativa alle equazioni alle derivate parziali.

(2) Per qualche scritto basta il titolo per dare un'idea chiara del contenuto.

Se due quadrilateri semplici sono inscritti in una conica e le due coppie dei loro punti diagonali sono in linea retta, essi saranno anche circoscritti ad una conica (n. 9). Se da un punto N si tirano 3 rette a segare una parabola sotto un angolo dato, la circonferenza che passa pei loro piedi passa sempre, qualunque sia N, per uno stesso 4° punto della parabola, che è quello in cui la tangente fa coll'asse l'angolo dato (n. 11). Il quadrangolo che ha per vertici i piedi delle normali condotte ad una conica $ax^2+by^2=1$ da un punto mobile del suo piano determina sui due assi due involuzioni fisse aventi il centro della conica per punto centrale, e per potenza rispettivamente $-\frac{1}{a}$ e $-\frac{1}{b}$; conseguenze notevoli, ecc. (n. 13). Il n. 18 contiene una nuova costruzione e nuove proprietà delle coniche da cui s'intitola, dedotte dalla considerazione del quadrangolo iscritto e del quadrilatero circoscritto che son comuni a due di quelle coniche: quadrangolo e quadrilatero hanno lo stesso triangolo diagonale ed è *questo* che vien cercato.

Lo scritto n. 3 riguarda il paraboloide iperbolico, le sue linee di stringimento, gli angoli (in particolare gli angoli minimi) delle generatrici di diverso sistema, il luogo dei punti d'incontro delle generatrici ortogonali, le linee isofote, ecc. Il n. 7 tratta più in generale della linea luogo dei punti di un iperboloide rigato pei quali passano due generatrici ortogonali: questa linea sta su una sfera e su tre cilindri di 2° ordine; viceversa per l'intersezione di una sfera e di un cilindro di 2° ordine concentrici passan sempre uno o tre iperboloidi pei quali quella linea è il luogo suddetto. Il n. 12 contiene gli appunti ad alcune inesattezze contenute nell'opera del Fiedler e particolarmente nella traduzione italiana. Nel n. 14 si trova che il luogo dei centri delle sfere di raggio dato iscritte nei tetraedri coniugati

ad una data quadrica è una quadrica omotetica e concentrica a questa, che coincide con essa nel caso dell'iperboloide equilatero. Nel n. 15 sono proprietà di due quadriche omofocali relative alle loro sezioni piane. Nel n. 17, oltre a qualche nuova proprietà geometrica dei triedri trirettangoli i cui spigoli son normali ad una data quadrica, vengono ottenute le coordinate dei loro vertici (costituenti in generale una curva del 16° ordine) come funzioni di un parametro. Il n. 19 tratta dei quadrilateri circoscritti ad una quadrica rettificando in proposito una inesattezza del Poncelet. Con semplici considerazioni sintetiche dimostra che un quadrilatero sghembo circoscritto ad una quadrica per modo che 3 lati la tocchino in 3 dati punti $A A' A''$ avrà il 4° lato tangente in un punto qualunque o della conica intersezione della quadrica col piano $A A' A''$, come vuole Poncelet, — *oppure* di una qualunque delle tre coniche poste nei piani che congiungono il polo del piano $A A' A''$ rispettivamente con le tre rette $AA', A'A'', AA''$; ed allora con tali 4 punti di contatto si hanno infiniti quadrilateri (1). Seguono varie considerazioni e casi particolari.

Notevole è pure la breve Nota 20, la quale contiene una costruzione più semplice di quella solita pel problema di trovare sopra una retta h i punti d' incontro con la quadrica rigata determinata dalle 3 generatrici g_1 g_2 g_3 di una stessa schiera. La costruzione si basa sul fatto che le generatrici di quella schiera segano due piani condotti per h in punti omologhi di una collineazione la quale avrà h per retta unita: i punti cercati saranno dunque i punti uniti di una proiettività che su h sarà definita dai due triangoli omologhi segnati su quei piani dalle rette g_1 g_2 g_3.

(1) Il sig. Voss (*Math. Ann.* 25, 1884, pag. 39-70) ritrovò poi con procedimenti analitici generali il risultato del Bruno, citandone il lavoro.

Trattano poi di varie questioni geometriche, e particolarmente di geometria descrittiva, relative alle superficie, le altre Note: dei contorni d'ombra in generale (n. 2), ed in particolare di quello dell'elicoide sghembo a piano direttore (n. 5), delle tangenti di massima pendenza nei punti di una generatrice di una rigata (n. 8), ecc., ecc. (v. i titoli dei n. 4, 6, 16). —

Nella cerchia in cui s'aggirano gli scritti del Prof. BRUNO, tutti, o quasi, portano un utile contributo alla scienza; ed anzi è da rammaricare che parecchi di essi siano sfuggiti a coloro che si occuparono di argomenti affini, perchè altrimenti il nome di lui sarebbe più conosciuto fra gli scienziati. Essendo sempre suo scopo principale, non il *metodo*, ma il *risultato*, cioè il teorema o la soluzione del problema (1), egli usava promiscuamente, e secondo che più gli tornava comodo, il metodo sintetico o l'analitico. Però allo stesso modo che in alcuni suoi lavori si rivela una non comune abilità sintetica nell'approfondire lo studio di una figura o nell'architettare un ragionamento geometrico, così in altri si ha una vera eleganza di calcoli. In tutti vi è sempre quella chiarezza ed accuratezza di esposizione che era nell'indole dell'autore (il quale anzi, per amor di chiarezza, riesce alle volte fin troppo minuzioso). Forse un solo appunto si può fare qua e là, massime nei primi scritti: quello di non valersi di certi metodi della

---

(1) Mi sia permesso ricordare a questo proposito (pur non condividendolo in tutto) un giudizio caratteristico che accadde a me e ad un mio amico di udire dal Kronecker in ordine alla matematica moderna: « I giovani matematici d'oggidì — diceva quel sommo, che pochi mesi « dopo doveva lasciare nel lutto la nostra scienza — parlano sempre « *di metodi, di metodi*,...: ma i grandi matematici di altri tempi si oc- « cupavano invece *di problemi* e sempre nuovi *problemi* risolvevano..... « Che cosa trovano, che cosa risolvono di nuovo i nostri giovani coi loro « *metodi?*... »

moderna geometria che spesso gli avrebbero permesso di semplificare e di estendere i suoi ragionamenti. Altre occupazioni gl'impedivano di tenersi continuamente al corrente dei grandi progressi che ogni giorno va facendo la scienza geometrica!

Nelle lezioni egli riusciva efficacissimo, sia per la chiarezza, sia per l'entusiasmo con cui soleva spiegare, valendosi di una voce robusta e di una mimica larga, grandiosa, con le quali dava all'insegnamento orale una vivacità singolare, simile a quella che appariva nel suo volto tanto espressivo, dai lineamenti marcati, dalla barba maestosa. Se il maestro è freddo, è raro che si riscaldino gli scolari; ma l'entusiasmo dell'insegnante riesce spesso a persuadere i giovani della bellezza e dell'importanza delle teorie: e questo accadeva al Prof. BRUNO. I suoi discepoli più intelligenti s'accorgevano talvolta che la via da lui tenuta in una dimostrazione o in una costruzione non era la più breve o la più elegante: ma per lui era bello tutto ciò che era esatto, fosse semplice od intricato, derivasse da una lunga faticosa applicazione degli Elementi d'Euclide o risultasse come conseguenza immediata, luminosa, di qualche grande concetto moderno.

Ciò che s'è detto del suo carattere come insegnante o come scienziato si applica a tutto quanto l'uomo sì in pubblico come in privato, nei consigli accademici come in seno alla famiglia. Egli era veramente l'uomo integro per eccellenza, tutto d'un pezzo, matematicamente esatto in tutte le sue cose. Aveva un alto ideale del dovere ed a quello si conformava in ogni sua azione ed avrebbe voluto che tutti si conformassero: maravigliandosi talvolta in modo ingenuo perchè altri teneva altre vie. Fra i primi doveri di cui dava l'esempio vi era quello del lavoro; e gli ac-

cadeva uscendo di casa di rivolgere alla famiglia una raccomandazione : quella di lavorare. Era alieno dal sollecitare favori od appoggi, come alieno dall'accogliere raccomandazioni che in qualsiasi modo potessero ledere la sua imparzialità e giustizia. Severo in fatto di disciplina con tutti, ma con se stesso più ancora che con gli altri. Sempre puntuale nel far le lezioni, nel prender parte a tutte le riunioni a cui i suoi uffici lo chiamavano, minuto ed accurato osservatore di tutte le formalità che questi richiedevano, conoscitore profondo delle leggi e regolamenti scolastici, ecc.: donde la fiducia che i suoi colleghi riponevano in lui (1). Espositore chiaro, minuzioso, si preoccupava sempre di presentare ai suoi interlocutori, alle assemblee , le cose e le quistioni nel modo più netto , e perciò le diceva e ripeteva spingendosi fino alla prolissità. Era aperto , schietto nell'espressione delle sue idee , sì da apparire perfino ruvido : ma la sua ruvidità di rado offendeva, perchè la si sentiva derivare da una certa spontaneità ed impetuosità di carattere, e sopratutto da quella impossibilità assoluta che era in lui di piegarsi a velare od attenuare in modo qualsiasi e per qualunque motivo quello che credeva essere la verità. E perchè ai suoi convincimenti era sempre condotto dai fatti e da ragionamenti stringenti, così difficilmente li mutava: ed appariva ostinato. Ma quando gli accadeva di sbagliare , ad esempio con qualche inavvertenza in un calcolo od in un ragionamento, egli accettava con piacere la correzione, e più ne era lieto quando questa proveniva da un suo scolaro. Equanime nei suoi giudizî, egli apprezzava i meriti dovunque li trovava,

---

(1) Abbiam già detto dell'ufficio di Preside della Facoltà. All'Accademia delle scienze di cui era socio fin dal 1871 (eletto il 25 giugno), ebbe quello di Tesoriere. — Aggiungiamo che fu pure consigliere provinciale dal 1866 al 1880.

anche nei modi di condotta o nei campi di studî pei quali aveva poca simpatia. Di carattere austero, chiuso, alieno da ogni sorta di complimenti, di etichette (1), alieno per se stesso da' più comuni divertimenti, nei quali vedeva solo uno svago per la sua famiglia, egli amava viversene tranquillo in seno a questa, occupato solo dallo studio e dall'insegnamento, senza cercare altre soddisfazioni. Sfuggiva quindi la compagnia altrui; non passeggiava mai con colleghi o con discepoli; aveva pochissimi amici. Ma ciò non dipendeva da egoismo: chè se la cerchia dei suoi intimi era tanto ristretta da non uscir quasi dalla sua famiglia, molto larga era invece quella delle persone che a lui potevano ricorrere con piena fiducia di trovarlo pronto ad aiutarli sobbarcandosi a noie e fatiche per loro servizio. Egli era il vero *burbero benefico.* Tale appariva ai suoi dipendenti, ai suoi scolari. E tale forse appariva anche in famiglia, ove pure il grande affetto che egli aveva pei suoi non si manifestava nei modi o nelle parole, ma nelle azioni sempre dirette al loro bene, mira costante della sua vita. Era del resto d'indole gioviale, e volentieri scherzava nel parlare. Quantunque le cose che egli vedeva ogni giorno fossero così lontane dai suoi ideali, pure egli conservava la sua serenità d'animo: solo il lungo ritardo a raggiungere un posto stabile all' Università gli diede momenti di scoraggiamento e di amarezza, nei quali pensò persino di lasciare l' Università per limitarsi ad insegnare nell' Istituto tecnico. Durò invece in entrambe le scuole fino a due anni sono: e fu male, perchè troppo egli si stancò. Gli strapazzi che egli aveva fatto di se stesso con l'insegnamento, specialmente da giovane, lo avevano indebolito; la sua respi-

(1) Nemmeno mandava gli estratti delle sue pubblicazioni a molti scienziati cui avrebbero potuto interessare.

razione s' era fatta affannosa; si vedeva già da vari anni che le lezioni lo affaticavano troppo. Pure egli non voleva cedere ai suggerimenti di riposo: troppo gli rincresceva lasciar la scuola, cessar di lavorare! Nel gennaio di questo anno s'ammalò: ed anche stando in letto egli diresse l'insegnamento impartito dai suoi assistenti; ed in una breve sosta del male si recò all'Università per attendere ad alcune incombenze. Ma dopo ciò ricadde ed il male si aggravò: la bronco-polmonite si sviluppò rapidamente togliendo presto ogni speranza. La sera del 4 febbraio spirava......

A lui che, prima che collega, mi fu maestro, e non solo in matematica ma eziandio nel nobile culto del *dovere*, l'estremo saluto, reverente e commosso, del suo discepolo!

Torino, settembre 1893.

CORRADO SEGRE.

ELENCO

DELLE

pubblicazioni scientifiche del Prof. BRUNO

1. Circa alcuni casi d'integrazione dell'equazione lineare sì differenziale ordinaria, che a differenze parziali, a coefficienti variabili, d'ordine qualunque. (*Memorie della Reale Accademia delle Scienze di Torino*, serie II, tomo XXI, 1864 (1), pag. 29-102).
2. Sopra un teorema di Geometria descrittiva e sua applicazione al tracciamento del contorno dell'ombra di alcuni corpi. (*Annali di Matematica pura ed applicata*, tomo V, 1863, pag. 18-23).
3. Alcune proposizioni sulla superficie conoide avente per direttrici due rette. (*Memorie della R. Acc di Torino*, serie II, t. XXIV, 1868 (2), p. 317-325).
4. Nota sulla superficie conoide, la direttrice curvilinea della quale è una linea piana di 2° grado ed interseca la direttrice rettilinea del conoide stesso (*Ibid.* p. 327-331).
5. Dimostrazione di una proprietà dell'elicoide sghembo a piano direttore ed osservazioni sopra una proposizione del trattato di stereotomia di Leroy. (*Atti della R. Accad. delle Scienze di Torino*, 23 giugno 1867, vol. II, pag. 601-608).
6. Intorno ad alcune proprietà dell'elicoide sghembo a piano direttore (*Atti*, 12 gennaio 1868, vol. III, pag. 194-200).
7. Ricerche sulla linea luogo dei punti di un iperboloide sghembo nei quali i due raggi principali di curvatura della superficie sono uguali in lunghezza fra loro. (*Atti*, 29 gennaio 1871, vol. VI, pag. 133-155).

---

(1) Questa è la data del volume citato; ma l'estratto porta invece la data 1861, e la Relazione sulla Memoria (di Richelmy e Menabrea) fu presentata il 1° aprile 1860 (e si trova nel precedente vol. XX delle Memorie a pag. LXXIII

(2) Gli estratti delle Memorie 3 e 4 portano la data 1867 e la Relazione (di Richelmy e Genocchi) su di esse è del 4 marzo 1866 (*Atti Acc. Torino*, t. I, pag. 390-393).

8. Generalizzazione e corollari di un noto teorema di geometria. (*Atti*, 3 dicembre 1871, vol. VII, pag. 235-249).
9. Alcune proposizioni sulle coniche. (*Atti*, 9 giugno 1872, vol. VII, pag. 783-798).
10. Sopra una relazione fra il punto in cui s' incontrano due tangenti ad un'ellisse, e quello in cui concorrono le normali a questa linea nei punti di contatto colle anzidette tangenti (*Atti*, 22 dicembre 1872, vol. VIII, pag. 90-93).
11. Un teorema sui punti comuni ad una parabola ed una circonferenza (*Atti*, 30 marzo 1873, vol. VIII, pag. 357-359).
12. Sulla versione italiana della Geometria descrittiva del Fiedler fatta dai signori Sayno e Padova. (*Atti*, 27 dicembre 1874, vol. X, pag. 252-257).
13. Sul quadrangolo delle intersezioni ortogonali di una conica a centro colle normali condotte a questa curva da un punto qualunque del suo piano. (*Atti*, 6 febbraio 1876, vol. XI, pag. 597-606).
14. Una proposizione sui tetraedri coniugati di una quadrica. (*Annali del R. Istituto Industriale e Professionale di Torino*, vol. V, anno VI, 1877, pag. 41-45).
15. Una proprietà di due quadriche omofocali. (*Atti*, 17 novembre 1878, vol. XIV, pag. 125-140).
16. Dimostrazione geometrica di alcune proprietà della superficie generata dalla curva logaritmica moventesi elicoidalmente intorno al suo assintoto. (*Atti*, 27 aprile 1879, vol. XIV, pag. 735-747).
17. Sopra i triedri trirettangoli i cui spigoli sono tutti normali ad una quadrica data. (*Atti*, 25 aprile 1880, volume XV, pag. 617-628).
18. Sulle coniche che passano per tre punti dati e toccano due rette date. (*Atti*, 13 novembre 1881, vol. XVII, pag. 29-34).
19. Sui quadrilateri sghembi circoscritti ad una quadrica. (Ibid. pag. 35-44).
20. Sopra un'applicazione di un teorema conosciuto di geometria. (*Annali del R. Istituto Tecnico Industriale e Professionale di Torino*, vol. XI, anno 1882-83, pag. 123-126).
21. Sopra un punto della teoria delle frazioni continue. (*Atti*, 10 gennaio 1886, vol. XXI, pag. 273-277).